

## **ANALYSE I**

Le métier d'actuaire exige des connaissances et des aptitudes élevées. C'est pourquoi lors de sa formation, il importe que l'actuaire suive un programme mathématique de consistance et de niveau semblables à celui de l'étudiant destiné à être un mathématicien.

Le programme d'analyse I se présente comme suit :

### **I – LOGIQUE MATHÉMATIQUE**

- I.1 – Assertions et Prédicats
- I.2 – Connecteurs logiques
- I.3 – Quantificateurs mathématiques
- I.4 – Différents modes de démonstration en mathématiques.

### **II – ENSEMBLE $\mathbf{R}$ DES REELS**

- II.1 – Généralités.
- II.2 – Relation d'ordre sur  $\mathbf{R}$
- II.3 – Propriétés de la borne supérieure et de la borne inférieure
- II.4 – Droite numérique achevée
- II.5 – Valeur absolue, propriété d'Archimède, partie entière, densité de  $\mathbf{Q}$  dans  $\mathbf{R}$ .
- II.6 – Fonctions réelles : fonctions bornées, monotonie, parité, périodicité, fonctions réciproques, fonctions lipchitziennes.

### **III - LES NOMBRES COMPLEXES**

- III.1 - Définitions
- III.2 – Conjugué d'un nombre complexe
- III.3 – Module, argument, formes trigonométrique et exponentielle
- III.4 – Equations algébriques dans l'ensemble des complexes
- III.5 – Applications à la trigonométrie

### **IV – SUITES REELLES ET COMPLEXES**

- IV.1 – Définitions et Généralités
- IV.2 – Convergence des suites, opérations sur les limites, limites infinies, limites et inégalités, théorème de Bolzano-Weierstrass, théorème des segments emboîtés.
- IV.3 – Suites de Cauchy
- IV.4 – Comparaison des suites
- IV.4 – Suites usuelles : arithmétiques, géométriques, récurrentes.

### **V – LIMITES ET CONTINUITÉ D'UNE FONCTION**

- V.1 – Définitions et propriétés des limites
- V.2 – Limites et relation d'ordre
- V.3 – Continuité en un point et sur un intervalle
- V.4 – Opérations sur les fonctions continues
- V.5 – Théorèmes fondamentaux sur les fonctions continues
- V.6 – Continuité uniforme

## **VI – FONCTIONS DERIVABLES**

VI.1 – Définitions et généralités

VI.2 – Opérations sur les fonctions dérivables

VI.3 - Théorèmes fondamentaux : Rolle, accroissements finis, etc...

VI.4 – Dérivées successives

VI.5 – Fonctions usuelles : fonctions circulaires et leurs réciproques, fonctions logarithmes et exponentielles, fonctions hyperboliques.

VI.5 – Fonctions convexes : définitions, propriétés, convexité et dérivabilité, résultats fondamentaux sur les fonctions convexes.

## **VII – INTEGRATION ET CALCULS D'INTEGRALES**

## **VIII – FORMULES DE TAYLOR**

## **IX – DEVELOPPEMENTS LIMITES**

## **X – L'ESPACE DE DIMENSION 2 ; FONCTIONS DE DEUX VARIABLES**

## **XI – COURBES PLANES**

## **XII – INTEGRALES MULTIPLES**

## **XIII – SERIES NUMERIQUES**

XIII.1 – Définitions et généralités

XIII.2 – Convergence d'une série

XIII.3 – Critères de convergence d'une série

## **METHODOLOGIE**

Chaque notion sera introduite par un fait concret portant sur son usage et son utilité en rapport avec la formation avant sa présentation sous forme de cours théorique.

La participation des étudiants sera sollicitée à travers la démonstration de certaines propriétés et résultats contenus dans le cours et la résolution de quelques exercices d'application directe du cours.

Des travaux et exercices de maison permettront aux étudiants de continuer à travailler la notion enseignée après le cours afin d'en appréhender suffisamment la profondeur et les diverses applications.

Des séances de travaux dirigés seront organisés sur chaque notion pour corriger les exercices et travaux de maison ; ce qui permettra à l'enseignant de faire le point afin de revenir si nécessaire sur les imprécisions et les incompréhensions qui subsistent au niveau des étudiants.

## **MODE D'EVALUATION**

Le mode d'évaluation consistera à proposer aux étudiants un devoir à la fin de chaque notion enseignée et un examen à la fin de chaque semestre qui doit tenir compte de tout ce qui a été fait au cours du semestre.

## **BIBLIOGRAPHIE**

- 1** – X. OUDOT et M. DELYE-CHEVALIER  
Analyse, 1<sup>re</sup> année MPSI  
Hachette Livre, Paris, 1998. ISBN : 2.01.14.52 44.9
  
- 2** – S. BALAC et F. STURM  
Algèbre et Analyse : cours de mathématiques de première année avec exercices corrigés  
Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 2003.  
ISBN : 2.88074.558.6
  
- 3** – C. Deschamps, A. Warusfel, ...  
Mathématiques . TOUT-EN-UN. 1<sup>re</sup> année MPSI-PCSI  
Dunod, Paris, 2003. ISBN : 2.10.007944.1
  
- 4** – J. DOUCHET et B. ZWAHLEN  
Calcul différentiel et intégral. Fonctions réelles de plusieurs variables  
Presses Polytechniques romandes, Lausanne, 1986.  
ISBN : 2.88074.094.9